



### Examen de Matemáticas Empresariales – 16 de Enero de 2.018

1. (2,5 puntos) Dados los vectores de  $\mathcal{R}^3$ :  $v_1 = (1,1,0)$ ,  $v_2 = (1,0,1)$ ,  $v_3 = (1,3,-2)$
- Determinar la dimensión del subespacio,  $S$ , generado por dichos vectores
  - Obtener una base del subespacio  $S$
  - Hallar sus ecuaciones paramétricas
  - Hallar las ecuaciones cartesianas
  - Encontrar el valor del parámetro “ $a$ ” para que el vector  $(-a, 2, 0)$  pertenezca a dicho subespacio vectorial y, si es así, dar sus coordenadas en función de la base elegida en el apartado b).

2. (2,5 puntos) Dado el endomorfismo  $f(x, y, z) = (x + 6y - 3z, ky, 6y - 2z)$ . Estudiar, en función de los diferentes valores de  $k$ , si su matriz asociada es diagonalizable.

3. (2,5 puntos) Una empresa fabrica un solo producto en dos plantas. Los costes totales en cada planta son:

$$C_1 = 20x^3 - 24x + 5 \quad y \quad C_2 = 27y^2 + 10$$

Donde  $x$  e  $y$  son las cantidades producidas en cada planta. El precio de mercado para el producto es de 216 u.m.

Suponiendo que se vende todo lo que se produce, hállese el máximo beneficio que puede obtener la empresa y las cantidades que, para obtenerlo, ha de producir en cada planta.

4. (2,5 puntos) Calcule el área correspondiente al siguiente recinto:

$$R = \{(x, y) \in \mathcal{R}^2 / y \leq 3 - x^2, y \geq 2x, x \geq 0\}$$



EJERCICIOS DE EXAMEN DE DICIEMBRE (2014)

X 1. Dado el siguiente conjunto de vectores de  $\mathbb{R}^3$   $v_1 = (1,2,1)$ ,  $v_2 = (0,-1,1)$ ,  $v_3 = (1,0,1)$  y  $v_4 = (3,0,3)$

a) ¿Forman los cuatro vectores una base de  $\mathbb{R}^3$ ? ¿Y un sistema generador? Razona la respuesta.

b) Calcule las ecuaciones del subespacio vectorial generado por  $v_1$  y  $v_2$ , indicando su dimensión y una base del mismo.

c) Calcular el valor de  $a$  para que el vector  $(2,2,a)$  al subespacio anterior.

X 2. Sea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$  la matriz asociada a cierto endomorfismo respecto de la base canónica de  $\mathbb{R}^3$ .

a) Estudie si la matriz asociada a dicho endomorfismo es diagonalizable.

b) Expresé la relación entre la matriz de dicho endomorfismo y su matriz semejante referida a una base de autovectores.

X 3. Dada la función

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2x + xy + xz$$

a) Estudiar su comportamiento y tendencia en el punto  $(1,1,1)$  en la dirección del vector  $(1,-2,1)$ .

b) Halle los puntos críticos de  $f$  y clasifíquelos.

4. Resolver dos de las siguientes primitivas:

a)  $\int \frac{e^{2x}}{1+e^{2x}} dx =$

b)  $\int \frac{x^2+2}{x^3+6x-3} dx =$

c)  $\int \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} dx =$

6. Calcular el área correspondiente al siguiente recinto:

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y \leq 2 - x^2, y \geq x, x \geq -1\}$$



EJERCICIOS DE EXAMEN - CONVOCATORIA DE ENERO

1. Dados los siguientes vectores de  $\mathbb{R}^3$

$$v_1 = (1, 2, -1), v_2 = (0, 1, 1), v_3 = (2, 0, 2)$$

- a) Analice si los 3 vectores forman base y sistema generador de  $\mathbb{R}^3$ , justificándolo. GAUSS  
b) Determine la dimensión, una base y las ecuaciones del subespacio generado por  $v_1 = (1, 2, -1)$  y  $v_2 = (0, 1, 1)$  Dim, base, ec paramétricas, ec. cartesianas  
c) Encuentre el valor del parámetro  $a$  para que el vector  $(a, 3, 0)$  pertenezca a dicho subespacio vectorial. Sustituyendo en la ecuación, sustitución o gauss

2. Sea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$  la matriz asociada a cierto endomorfismo respecto de la base

canónica de  $\mathbb{R}^3$ .

- a) Estudie si es diagonalizable. En caso afirmativo, calcule la matriz diagonal semejante.  
b) Dar la expresión de  $A^{25}$ .

3. Sea la función  $f(x, y, z) = x^3y - x^2z$ , indique comportamiento y tendencia en el punto  $(1, 1, 1)$  según la dirección del vector  $(2, 0, 3)$ .

4. Una empresa fabrica un producto combinando dos factores productivos. La función de producción viene dada por  $Q = x + y$ , donde  $x$  e  $y$  son las cantidades empleadas de cada factor. La función de costes es  $C(x, y) = 2x^3 + (x - y)^2 - 6y$ .  
Calcular las cantidades de  $x$  e  $y$  que minimizan el coste.

5. Resolver dos de las siguientes primitivas

a)  $\int \frac{e^{2x}}{e^{2x} + 1} dx$

b)  $\int \frac{3}{x^2 + x} dx$

c)  $\int \frac{x^2 + 1}{x^3 + 3x} dx$

6. Calcular el área correspondiente al siguiente recinto:

$$R = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 / y \leq 3 - x^2, y \geq 2x, x \geq 0 \right\}$$



## Examen de Matemáticas Empresariales – 16 de Junio de 2.017

Grado en Marketing – Campus de Aranjuez

Apellidos:

Nombre:

DNI:

1. Considere el sistema generador del subespacio  $S$  de  $\mathcal{R}^3$  formado por los vectores:  
 $\{(-1, -1, 1), (0, -2, 0), (-1, 1, 1)\}$ 
  - a. Halle la dimensión del subespacio  $S$ .
  - b. Indique una base del mismo.
  - c. Estudie si el vector  $\vec{v} = (-2, 0, 1)$  pertenece al subespacio  $S$  y, si es así, dar sus coordenadas en función de la base elegida en el punto b.
  - d. Halle una base de  $\mathcal{R}^3$  que contenga los vectores de la base indicada en el punto b.
2. Sea

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -8 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & -6 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a cierto endomorfismo respecto de la base canónica de  $\mathcal{R}^3$ .

- a. Estudiar si la matriz es diagonalizable.
  - b. Si lo es, calcular la matriz diagonal y la matriz del cambio de base.
3. Considere la función  $f(x, y, z) = x^2 - z^2 - 3xz - 2xy + 2$ 
    - a. Calcule su comportamiento y tendencia en el punto  $(-1, 1, 0)$ , en la dirección  $(1, 1, 0)$
    - b. Halle los extremos relativos de la función dada.

4. Calcular dos de las siguientes integrales indefinidas (cada una se resuelve por un método diferente)

$$\int \frac{x dx}{x^2 - 4}$$

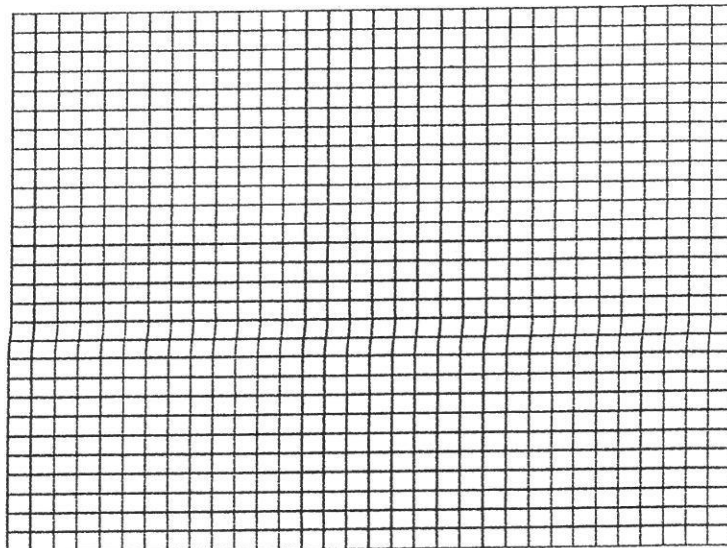
$$\int x^2 \operatorname{sen} x dx$$

$$\int_0^{\infty} \sqrt{4x} e^{-x} dx$$

5. Calcule el área formada por la región que se encuentra debajo del eje x y encima de la función:  $f(x) = x^2 - 4x + 3$

### NORMAS A TENER EN CUENTA

1. No olvidéis poner los datos identificativos en la cabecera
2. La duración del examen será de 2 horas
3. Se deben elegir 4 de los 5 ejercicios propuestos
4. Cada ejercicio será evaluado con hasta 2,5 puntos
5. Se debe obtener un mínimo de 5 para aprobar el examen
6. A partir de este momento, apaguen sus móviles y guárdenlos en las mochilas o bolsos. El tener el móvil encima de la mesa o en la cajonera será motivo para retirar el examen en ese momento.
7. Están permitidas las calculadoras sin usar funciones de programación
8. Por favor, escribir en los ejercicios todos los pasos que se dan para su resolución
9. Disponéis de todas las hojas necesarias para responder el examen
10. Debéis entregar la hoja de enunciados junto a las hojas de respuesta





## Examen de Matemáticas Empresariales – 19 de Diciembre de 2.016

Grado en Marketing – Campus de Aranjuez

Apellidos:

Nombre:

DNI:

1. Dado el sistema generador:  $\{(2, 1, 0, 1), (b, 0, 1, -1), (1, 1, -1, 2)\}$ 
  - a. Encontrar la dimensión del subespacio generado por dichos vectores, en función del parámetro “b”. (1 punto)
  - b. Encuentre el valor del parámetro “a” para que el vector  $(5, a, 1, 0)$  pertenezca a dicho subespacio vectorial para el caso en que “b” = 2. (0,75 puntos)

2. Sea

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a cierto endomorfismo respecto de la base canónica de  $\mathbb{R}^3$ .

- a. Estudiar si la matriz es diagonalizable. (1 punto)
  - b. Calcular la matriz diagonal y la matriz del cambio de base. (1 punto)
3. Considere la función  $f(x, y) = x^2 + y^2 - 9x - xy + 3$ 
    - a. Calcule su comportamiento y tendencia en el punto  $(8, 3)$ , en la dirección  $(1, 0)$  (1 punto)
    - b. Halle los extremos relativos de la función dada. (0,75 puntos)
  4. Calcular dos de las siguientes integrales indefinidas (1 punto cada una)

$$\int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x}}$$

$$\int x^2 \operatorname{sen} 3x \, dx$$

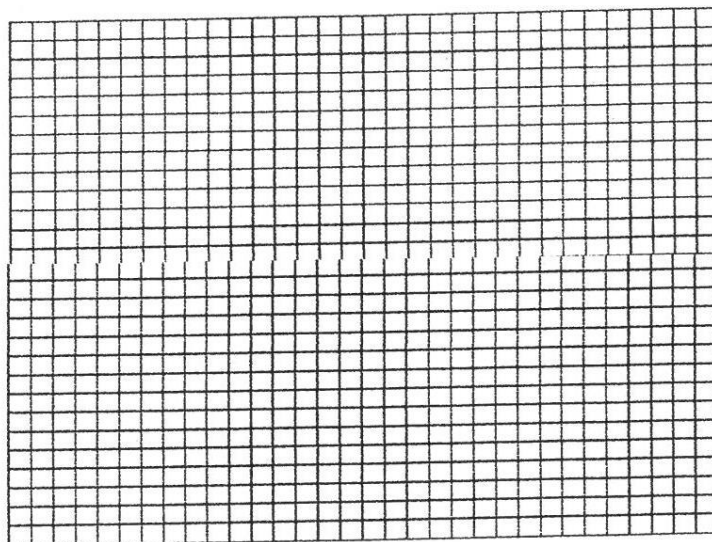
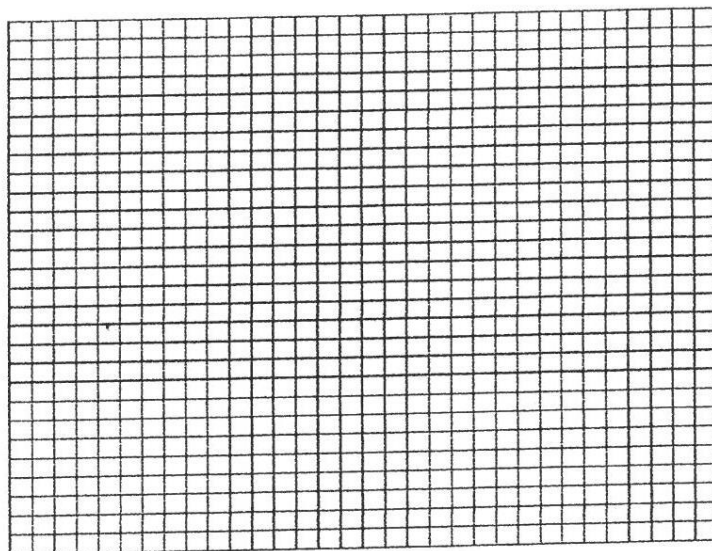
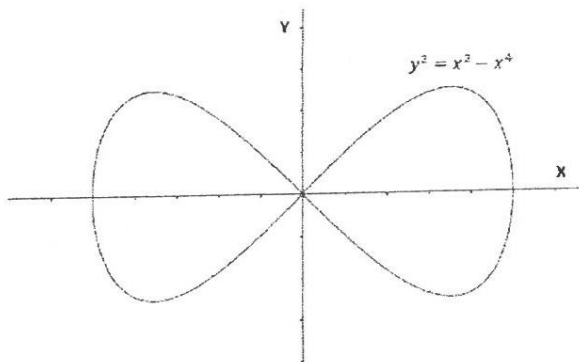
$$\int_0^{\infty} \sqrt[3]{x^4} e^{-x} \, dx$$



5. Calcular el área correspondiente al siguiente recinto (1,5 puntos)

$$R = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = -\frac{1}{5}x^2 + 7, y = -\frac{1}{2}x^2 + 4, y = 2 \right\}$$

6. Hallar el área limitada por la curva  $y^2 = x^2 - x^4$  (1 punto)





EXAMEN MATEMÁTICAS EMPRESARIALES. CURSO 2018-2019.

PRIMERA CONVOCATORIA. DICIEMBRE 2018

Apellidos	Nombre
DNI:	Firma:
Grupo:	

Tiempo de examen: 2h

1. Dados los vectores:  $V_1 = (2, 0, 1, 3)$   $V_2 = (1, 2, 2, 0)$   $V_3 = (0, -4, x, y)$

a) Determinar  $x$  e  $y$  para que  $V_3$  pertenezca al subespacio generado por  $V_1$  y  $V_2$ .

*GAUSS y DETERMINANTES*

b) Encontrar las ecuaciones cartesianas del subespacio que generan  $V_1$  y  $V_2$ .

6

2. Dado el endomorfismo de matriz asociada  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Diagonalizar si es posible dicha

matriz, y en caso en que lo fuera, dar la expresión de  $A^{15}$ .

3. Encontrar los extremos relativos, si existen, de la función:  $f(x, y) = 4 + x^2 + y^2 - 3xy$

4. Elegir una de estas dos integrales y resolver

a)  $\int \frac{4}{3+x^2} dx$

b)  $\int \cos x \sqrt{\sin x} dx$

5. Dibujar y calcular el área comprendida entre las funciones:  $y = x^2 - 4x$ ,  $y = -x^2 + 4x$ .